Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTS TP, veuillez visiter :
btstp.fr/annales-sujets-et-corriges

BTS TRAVAUX PUBLICS • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : de 1 à 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Démarrage d'un train à très haute vitesse et calcul d'une aire** (13 questions) — **Page 3**

2. **Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse** (13 questions) — **Page 7**

3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btstp.fr/assets/annales/bts-tp/E2 - Mathématiques/2018/BTS TP - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Démarrage d’un train à très haute vitesse et calcul d’une aire

L’exercice modélise la distance parcourue par un wagon propulsé électromagnétiquement afin d’étudier s’il atteint l’objectif de vitesse fixé par les ingénieurs. Il porte ensuite sur l’étude de la fonction distance et sur le calcul de l’aire d’une pièce conçue pour une future gare.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' − 0,2y = 0, en utilisant la formule fournie.

L’équation s’écrit sous la forme fournie $y' + ay = 0$, avec $a = -0,2$. La formule donne alors $y(t) = ke^{-at}$, où k est une constante réelle. Comme $-a = 0,2$, on obtient toutes les solutions sur l’intervalle demandé en faisant varier librement k. L’exponentielle est définie pour tout réel, donc ces solutions sont bien définies sur $[0, +\infty[$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie par g(t) = −15t − 75 est une solution de l’équation différentielle y' − 0,2y = 3t.

On dérive d’abord la fonction : $g'(t) = -15$. En remplaçant ensuite g et g' dans le membre de gauche, on obtient $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = -15 + 3t + 15 = 3t$. Le résultat est égal au membre de droite de l’équation pour tout $t \in [0, 3]$. La fonction proposée est donc bien une solution particulière.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$g'(t) - 0,2g(t) = 3t$: g est une solution de (E).

Question 3°. Déduire des résultats précédents l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' − 0,2y = 3t.

La différence entre deux solutions de (E) est une solution de l’équation homogène associée. Les solutions de cette équation sont $ke^{0,2t}$, et une solution particulière de (E) est $g(t) = -15t - 75$. Toute solution s’obtient donc en additionnant ces deux expressions. Cette forme décrit l’ensemble complet des solutions sur l’intervalle considéré.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 0.

On utilise la solution générale $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, puis on impose la condition au départ. Pour $t = 0$, on a $e^0 = 1$, donc $f(0) = k - 75 = 0$, d'où $k = 75$. En remplaçant la constante dans la solution générale, on obtient la fonction cherchée. Elle vérifie l'équation différentielle et la condition initiale donnée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75e^{0,2t} - 15t - 75 = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). Résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0 à partir des expressions de f et de f' fournies par le logiciel de calcul formel.

Le calcul formel donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Comme 15 est positif, l'inéquation $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$. La fonction exponentielle étant strictement croissante, cela revient à $0,2t \geq 0$, donc à $t \geq 0$. Tout l'intervalle étudié satisfait cette condition; l'égalité est obtenue uniquement pour $t = 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$, avec $f'(0) = 0$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f' les variations de la fonction f sur [0, 3].

Intervalle	Signe de $f'(t)$	Variation de f
$[0, 3]$	Positif, nul en 0	Croissante

La dérivée est positive sur l'intervalle, donc f est croissante. Ses valeurs aux bornes sont $f(0) = 0$ et $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45$. Le tableau indique ainsi la variation complète de la fonction sur le domaine demandé, avec un minimum au départ et un maximum à l'extrémité $t = 3$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f croît de 0 à $75(e^{0,6} - 1) - 45$ sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième de kilomètre.

La distance après une minute se calcule en évaluant la fonction en $t = 1$. Avec l'expression donnée, on obtient $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15$. La valeur avant arrondi est environ $1,6052$ km. En arrondissant au dixième de kilomètre, on conserve un chiffre après la virgule, comme demandé dans l'énoncé.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(1) \approx 1,6$ km.

Question 3° a). Déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes, en kilomètre par minute, à partir de f'(t), puis arrondir le résultat au dixième.

La vitesse instantanée est la dérivée de la distance, soit $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$, en kilomètres par minute. À deux minutes, on remplace t par 2 : $f'(2) = 15e^{0,4} - 15$. Cette valeur est environ $7,3774$ km/min. L'arrondi au dixième donne la vitesse à inscrire.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(2) \approx 7,4$ km/min.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

Le seuil fixé est 400 km/h, soit $400/60 \approx 6,667$ km/min. À deux minutes, la vitesse vaut $15e^{0,4} - 15 \approx 7,377$ km/min, donc elle dépasse ce seuil. Comme cette vitesse est continue et croît à partir de 0, le seuil est franchi avant deux minutes. L'objectif des ingénieurs est donc atteint.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui : le seuil de 400 km/h est franchi avant 2 minutes.

Question 4°. Choisir, sans justification, parmi les trois expressions proposées, une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte.

Au point d'abscisse 2, la formule de la tangente est $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. On a $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$ et $f(2) = 75(e^{0,4} - 1) - 30$. Après développement, le coefficient de t est $15(e^{0,4} - 1)$ et le terme constant vaut $45e^{0,4} - 75$. Il s'agit de la troisième expression proposée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir, sans justification, l'aire A1 du rectangle OPQR parmi les valeurs proposées : 3, 5,25 ou 6,75 unités d'aire. Une seule réponse est exacte.

Sur le schéma, le rectangle $OPQR$ a pour largeur la distance de l'axe des ordonnées à $x = 3$, soit 3 unités. Sa hauteur est celle du bord supérieur, d'équation $y = 2,25$. L'aire d'un rectangle étant le produit de sa largeur et de sa hauteur, on calcule $A_1 = 3 \times 2,25$. Cette valeur correspond au troisième choix proposé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. Calculer l'aire A2 de la région limitée par la courbe de g(x) = 27x/(2x² + 18), l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3, en exploitant la primitive fournie.

La fonction g est positive sur $[0, 3]$, donc l'aire cherchée est son intégrale sur cet intervalle. La primitive fournie est $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2 + 9) + c_1$. Par conséquent, $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}(\ln 18 - \ln 9) = \frac{27}{4}\ln 2$. La constante disparaît dans la différence. La valeur approchée est donnée au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, en unité d'aire, et arrondir le résultat au millième.

Par symétrie, l'aire hachurée est deux fois l'aire comprise entre le bord supérieur et la courbe sur $[0, 3]$. Cette aire sur la moitié droite vaut le rectangle $A_1 = 6,75$ moins l'aire sous la courbe $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2$. Ainsi, $A = 2(A_1 - A_2) = 2(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2)$. On arrondit le résultat au millième d'unité d'aire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A \approx 4,143$ u. a.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse

L'exercice étudie les obsolescences technique et logicielle de smartphones, puis le nombre de téléphones non réparables dans un lot prélevé au service après-vente. Il se termine par un test bilatéral portant sur une affirmation concernant l'opinion sur la marque B.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données portant sur 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant obsolescence technique et obsolescence logicielle, ainsi que les totaux correspondants.

Les effectifs touchés par T et L sont respectivement 6 et 16. Parmi les 16 smartphones touchés par L, 2 sont aussi touchés par T. Les autres cases se déduisent par différence.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Effectifs : T et L : 2 ; T seul : 4 ; L seul : 14 ; ni T ni L : 180.

Question 2°. Pour les événements T : « le smartphone est touché par l'obsolescence technique » et L : « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle », donner P(T), P(L) et P_L(T), la probabilité de T sachant L.

L'énoncé indique directement que 3 % des smartphones sont touchés par T et 8 % par L. Parmi les smartphones touchés par L, 12,5 % sont touchés par T.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0,03$; $P(L) = 0,08$; $P_L(T) = 0,125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité P(T ∩ L) qu'un smartphone soit touché par les deux types d'obsolescence.

La probabilité d'être touché par les deux obsolescences est la probabilité d'être touché par L multipliée par la probabilité d'être touché par T sachant L : $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T) = 0,08 \times 0,125 = 0,01$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cap L) = 0,01$.

Question 3° b). Calculer la probabilité P(T ∪ L) qu'un smartphone soit touché par au moins un des deux types d'obsolescence.

En additionnant les probabilités de T et de L, l'intersection est comptée deux fois. On la retranche donc une fois : $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L) = 0,03 + 0,08 - 0,01 = 0,10$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cup L) = 0,10$.

Question 3° c). Calculer la probabilité conditionnelle P_T(L) qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité conditionnelle recherchée est le quotient de l'intersection par la probabilité de T : $P_T(L) = \frac{P(T \cap L)}{P(T)} = \frac{0,01}{0,03} = \frac{1}{3}$, soit 0,333 au millième près.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P_T(L) = \frac{1}{3} \approx 0,333$.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

Chaque tirage a deux issues, avec une probabilité constante de 0,045 d'obtenir un smartphone non réparable. Le stock suffisamment important permet d'assimiler les 50 tirages à des tirages indépendants avec remise. X compte le nombre de smartphones non réparables : X suit donc une loi binomiale de paramètres 50 et 0,045.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$X \sim \mathcal{B}(50\,;\,0,045)$.

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

La probabilité qu'un smartphone soit réparable vaut $1 - 0,045 = 0,955$. Pour que les 50 smartphones soient tous réparables, il faut que cette issue se produise 50 fois : $P(X = 0) = 0,955^{50} \approx 0,100$, au millième près.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité que les 50 smartphones soient réparables est 0,100.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme donné et compléter le tableau des probabilités P(X = i) et des valeurs cumulées de S pour i allant de 0 à 3.

On calcule chaque probabilité avec $P(X = i) = \binom{50}{i}(0,045)^i(0,955)^{50-i}$, puis on l'ajoute à la somme précédente. Les valeurs du tableau sont arrondies au millième.

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S cumulée	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de la loi binomiale complété

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

Probabilités : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Sommes cumulées : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

À la fin de la boucle, S additionne les probabilités pour 0, 1, 2 ou 3 smartphones non réparables. Cette somme est la probabilité qu'un lot en contienne au plus 3.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$S = P(X \leq 3) \approx 0,813$, soit environ 81,3 % des lots.

Question 4°. Calculer l'espérance de X et interpréter sa valeur dans le contexte du lot de smartphones.

Pour une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,045$, $E(X) = np = 50 \times 0,045 = 2,25$. En moyenne, un lot de 50 smartphones contient donc 2,25 smartphones non réparables.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(X) = 2,25$ smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. Choisir, sans justification, la valeur de h arrondie au centième parmi 0,05, 0,06 et 0,07, sachant que P(0,55 − h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95.

L'intervalle central de 95 % d'une loi normale est approximativement situé à 1,96 écart-type de part et d'autre de la moyenne. Ainsi, $h \approx 1,96 \times 0,037 = 0,07252$, soit 0,07 au centième près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Réponse : 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %, pour H0 : p = 0,55 et H1 : p ≠ 0,55.

Au seuil de 5 %, on ne rejette pas H_0 si la fréquence observée est dans l'intervalle central $[0,55 - h\,;\, 0,55 + h]$, avec $h = 0,07$. Sinon, on rejette H_0 au profit de H_1.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Ne pas rejeter H_0 si $0,48 \leq F \leq 0,62$; sinon, rejeter H_0.

Question 3°. Sur l'échantillon de 180 personnes, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Formuler la conclusion du test.

La fréquence observée vaut $F = \dfrac{76}{180} \approx 0,422$, ce qui est inférieur à la borne 0,48. Elle appartient donc à la région de rejet du test.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 au seuil de 5 % : la proportion diffère de 55 % selon le test.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Session 2018 du BTS Mathématiques, groupement B, code MATGRB1, épreuve de deux heures avec un coefficient variable selon la spécialité. Le sujet étudie le démarrage d'un train à très haute vitesse et l'obsolescence programmée des smartphones. Il évalue les équations différentielles, les fonctions, le calcul intégral, les probabilités conditionnelles, la loi binomiale et le test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' − 0,2y = 0, les solutions sont y(t) = k e^(0,2t).
- La vitesse instantanée correspondant à une distance f(t) est v(t) = f'(t).
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), P(X = k) = C(n,k)p^k(1−p)^(n−k) et E(X) = np.
- La probabilité conditionnelle vérifie P(T|L) = P(T ∩ L)/P(L), si P(L) est non nulle.

Points de vigilance & attentes du jury

- Comparer des vitesses dans la même unité : convertir les kilomètres par minute en kilomètres par heure en multipliant par 60.
- Pour une aire, repérer les bornes d'intégration et utiliser la symétrie de la pièce par rapport à l'axe des ordonnées.
- Pour une loi binomiale, préciser n, p et le caractère indépendant des tirages, justifié ici par l'hypothèse de tirages avec remise.
- Pour le test bilatéral, comparer la fréquence observée aux bornes de l'intervalle de décision au seuil de 5 %.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment convertir une vitesse en kilomètres par minute en kilomètres par heure ?

Multipliez la vitesse en kilomètres par minute par 60 pour l'exprimer en kilomètres par heure. Vous pourrez alors la comparer à l'objectif de 400 km/h sans mélanger les unités.

Q : Comment calculer une probabilité conditionnelle avec les données de l'énoncé ?

Pour calculer P(T|L), divisez P(T ∩ L) par P(L). Ici, l'énoncé donne directement P(T|L) = 12,5 %, ce qui permet aussi de calculer la probabilité de l'intersection.

Q : Comment organiser le temps pour cette épreuve de deux heures ?

Le sujet comporte deux exercices de 10 points et indique que les parties de chaque exercice peuvent être traitées indépendamment. Répartissez le temps entre les deux exercices et gardez quelques minutes pour vérifier calculs, unités et arrondis.

Q : Quelle règle appliquer pour conclure le test d'hypothèse bilatéral ?

Au seuil de 5 %, on ne rejette pas H0 si la fréquence observée appartient à l'intervalle centré sur 0,55 de probabilité 0,95. Si elle est hors de cet intervalle, on rejette H0 au profit de H1.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btstp.fr/assets/annales/bts-tp/E2 - Mathématiques/2018/BTS TP - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

Ressources BTS Travaux Publics : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.